

Структура билета экзамена II семестр

Номер задачи	Тема
1.	Комплексные числа и действия над ними. Различные представления КЧ.
2.	Неопределенный интеграл. (Дробно-рациональная функция,
3.	Определенный и несобственный интеграл.
4.	Геометрические приложения определенного интеграла.
5.	Дифференциальные уравнения I порядка
6.	Дифференциальные уравнения II порядка
7.	Однородные дифференциальные уравнения II порядка. Системы ДУ.
8.	Теория вероятностей: геометрическая вероятность, полная вероятность и формула Байеса, повторные испытания.
9.	Непрерывная случайная величина и ее числовые характеристики.
10.	Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности

Уфимский государственный нефтяной технический университет
Кафедра «Информационные технологии и прикладная математика»

Экзаменационный билет
по дисциплине «Математика»
за II семестр 2025-2026 учебный год
ПРОБНИК

1.	Вычислить $\frac{2-i}{(2-3i)(i-1)}$ Или Вычислить $(1+i)^{45}$ Или Найти все корни уравнения $z^4 + 1 = 0$ Или Изобразить множество на комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям: $\{z: \operatorname{Re} z \geq 1, z \leq 4\}$
2.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x dx}{(2x+1)(x^2+4)}$ Или $\int \sin^3 x dx$
3.	Найти определенный интеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{e^x dx}{4+e^x}$ Или $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+\ln x)}$
4.	Если во втором номере тригонометрия Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y = 4x - x^2$ и осью Ox Или Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ Если во втором номере ДРФ Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho^2 = 2 \sin 4\theta$ Или Найти длину дуги линии $y = \ln \cos x$ от $x_1 = 0$ до $x_2 = \frac{\pi}{3}$ Или Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} t \in [0; \pi/2]$
5.	Решите дифференциальное уравнение $y \cdot y' = 2y - x$ Или

	$y' + \frac{2}{x}y = x$ Или $(y^2 - e^x \cos y)dx + (2xy + e^x \sin y)dy = 0$
6.	Решите дифференциальное уравнение $y'' - 4y \cdot y' = 0$, удовлетворяющее условиям: $y(0) = 0$; $y'(0) = 8$ методом понижения порядка, пользуясь подстановкой $y' = q(y)$ Или Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' \cdot \operatorname{tg} x - y' - 1 = 0$ методом понижения порядка, пользуясь подстановкой $y' = p(x)$ Или Найти вид частного решения неоднородного уравнения $y'' + 7y' = -5x$ Или Решите дифференциальное уравнение $y'' + y = -\frac{\cos x}{\sin^6 x}$. Указание 1: при нахождении частного решения неоднородного уравнения используйте метод вариации произвольных постоянных. Указание 2: $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
7.	Решите систему линейных дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ считая x, y функциями аргумента t Или $2y'' + 14y' + 25y = 0$
8.	По табельным номерам, случайно, из цеха, где работают 9 мужчин и 8 женщин, формируют бригаду из 10 человек. Какова вероятность того, что будут отобраны 7 мужчин и 3 женщины? Или Внутри прямоугольника с вершинами $(3,5)$, $(11,5)$, $(11,10)$, $(3,10)$ наудачу выбирается точка $C(x,y)$. Найти вероятность события "$7 \leq \min(x, y) \leq 9$". Или В аэропорту имеется три информационных табло, работающих независимо. Вероятности безотказной работы за определенный промежуток времени первого, второго и третьего табло соответственно равны $0,8; 0,7; 0,6$. Найти вероятность того, что за это время безотказно будет работать только одно табло. Или В первой урне содержится 5 черных и 6 белых шаров, во второй урне 7 черных и 3 белых шара, в третьей урне 8 черных и 2 белых шара. Из случайно выбранной урны наудачу извлекли один шар. Найти вероятность того, что шар черный. Или Баскетболист попадает в кольцо с вероятностью $0,7$. За игру он произвел 8 бросков. Найти вероятность того, что он попал в кольцо 5 раз.
9.	Для случайной величины, дифференциальная функция распределения которой имеет вид $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$, величина математического ожидания равна Или Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ a \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases} \text{ Найти коэффициент } a.$$

- 10 В итоге пяти измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 6, 9, 10, 12, 13. Найти выборочную среднюю результатов измерений.

Или

По данным наблюдений за случайной величиной X найти оценку дисперсии.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0,71	0,19	0,3	0,92	0,48	0,42	0,72	0,83	0,07	0,02

Или

По выборке объема $n = 81$ найдена смещенная оценка $D_B = 10$. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

Список теоретических вопросов

1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла и его геометрический смысл
2. Простейшие приемы интегрирования: интегрирование методом разложения, интегрирование методом замены переменной, интегрирование функций вида $\int f(ax + b)dx$
3. Интегрирование по частям
4. Правильная и неправильная ДРФ. Интегрирование простейших типов ДРФ
5. Интегрирование ДРФ: метод вариации производных постоянных.
6. Интегрирование тригонометрических функций. Некоторые характерные замены.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Определение определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
10. Замена переменной в определенном интеграле.
11. Вычисление площадей фигур в различных системах координат
12. Вычисление длины дуги в различных системах координат
13. Объем тела вращения.
14. Определение понятий: «Обыкновенное дифференциальное уравнение», «Порядок дифференциального уравнения», «Дифференциальное уравнение I-го порядка», «Общее и частное решение ДУ I го порядка», «Задача Коши».
15. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Определение метод решения.
16. Однородные дифференциальные уравнения (ОДУ) I го порядка. Понятие однородной функции n-го и нулевого порядка. Определение и метод решения ОДУ,
17. Линейные уравнения первого порядка. Определение. Решение методом Бернулли.
18. Линейные уравнения первого порядка. Определение. Решение методом Лагранжа.

19. Уравнение Бернулли. Определение. Сведение уравнения Бернулли к линейному уравнению.
20. Уравнения в полных дифференциалах. Определение. Метод решения.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы.
22. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Метод решения.
23. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
24. Условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения. Определитель Вронского.
25. Линейные однородные дифференциальные уравнения II-го порядка.
26. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения II-го порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения II-го порядка со специальной правой частью.
28. Элементы комбинаторики: сочетание, размещение, перестановки. Примеры.
29. Случайные события и их виды: достоверное, невозможное, равновозможное события, совместные и несовместные события, зависимые и независимые события.
30. Алгебра событий. Теорема сложения и умножения вероятностей.
31. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
32. Повторные испытания. Формула Бернулли. Теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
33. Дискретные случайные величины: ряд распределения; функция распределения, числовые характеристики и их свойства.
34. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия.
35. Равномерное распределение: функция, плотность распределения и их графики, числовые характеристики.
36. Показательное распределение: функция, плотность распределения и их графики, числовые характеристики.

37. Нормальный закон распределения: плотность распределения и ее график, положение графика в зависимости от изменения его параметров, числовые характеристики.

38. Вариационный ряд, объем и размах выборки, плотность относительной частоты, эмпирическая функция распределения, гистограмма полигон.

39. Статистические оценки генеральных параметров. Точечные и интервальные оценки для математического ожидания и дисперсии. Состоятельная, эффективная оценки.

40. Гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерий согласия. Критерий Пирсона.