

Структура билета экзамена

Номер задачи	Тема		
1.	Числовые ряды.	Задания, использующие при решении признаки необходимый, радикальный Коши и интегральный Коши сходимости Без дублирования признаков в задачах 1-3	Задания, использующие при решении признаки: необходимый, Даламбера и интегральный Коши сходимости Без дублирования признаков в задачах 1-3
2.	Числовые ряды.		
3.	Знакопередающийся ряд		
4.	Степенной ряд. Радиус и область сходимости	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}}$
5.	Приложение степенных рядов, ряд Фурье		
6.	Элементы комбинаторики. Классическое определение теории вероятности, теорема сложения, умножения вероятности, геометрическая вероятность		
7.	Повторные испытания, полная вероятность, Формула Байесса		
8.	Непрерывная случайная величина. Вероятность. Числовые характеристики. Параметры.		
9.	Основные понятия математической статистики: объем и размах выборки, вычисление относительной частоты и плотности относительной частоты. Проверка статистической гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Законы распределения выборочной совокупности		
10.	Числовые характеристики выборочной совокупности: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленная дисперсия		

Уфимский государственный нефтяной технический университет
Кафедра «Информационные технологии и прикладная математика»

Экзаменационная работа
по дисциплине «Математика»
за III семестр 2024-2025 учебный год
ПРОБНИК

1.	Исследовать на сходимость ряд
2.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\ln(3n+1)} \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{3n+1}{3n+2}$
3.	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$
4.	Найти радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 1}$ Или Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{4^n n}$
5.	Найти первые четыре члена разложения в ряд решения уравнения $y' = 2xy - y^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$. Или Вычислить с точностью до 0,001 интеграл $\int_0^{1/2} \sqrt[3]{1+x^3} dx$ Или Найти коэффициент a_0 разложения функции в ряд Фурье $f(x) = e^x + 1$; $x \in [-\pi; \pi]$;
6.	Из пяти букв разрезанной азбуки составлено слово «ягуар». Ребенок не умеющий читать, рассыпал карточки с буквами и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получится слово «ягуар». Или В шкафу находятся 3 новых и 7 бывших в эксплуатации приборов. Из шкафа наудачу извлекают 3 прибора. Какова вероятность того, что будут отобраны 2 новых и 1 не новый приборы? Или Считается равновероятным попадание реактивного снаряда в любую точку площади в . Определить вероятность попадания снаряда в мост, находящийся на этой площади, если его длина 200 м и ширина 10 м. или

	Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы за определенный промежуток времени первого, второго и третьего элемента соответственно равны 0,9;0,7;0,5. Найти вероятность того, что за это время безотказно будет работать только один элемент.
7.	Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события равна 0,1. Найти вероятность того, что событие появится хотя бы 2 раза. или Тигр-альбинос появляется в природе в среднем один на десять тысяч особей. В год рождается около 500 особей. Какова вероятность появиться в текущем году двум тиграм-альбиносам? или В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень, при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95; для винтовки с обычным прицелом эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.
8.	Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ a \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Найти коэффициент a. Или Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{1 + \sin x}{2}, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Найти $M(X)$ Или Для случайной величины, дифференциальная функция распределения которой имеет вид $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$, величина среднего квадратического отклонения равна Или

Пусть непрерывная случайная величина X распределена по

равномерному закону $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{1}{2}, & \text{при } 1 < x \leq 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$. Тогда ее дисперсия

равна

Или

Длительность времени безотказной работы элемента имеет

показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,01t}$ ($t > 0$). Найти

вероятность того, что за время длительностью $t = 50$ часов данный элемент не откажет.

9. Выборка задана в виде распределения частот:

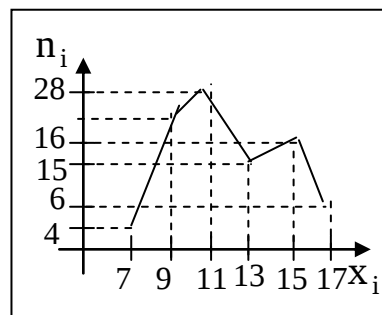
x_i	2	5	7	10	11	12	14	16	17	19
n_i	1	3	2	4	5	3	7	10	12	10

Найти объем выборки n .

Или

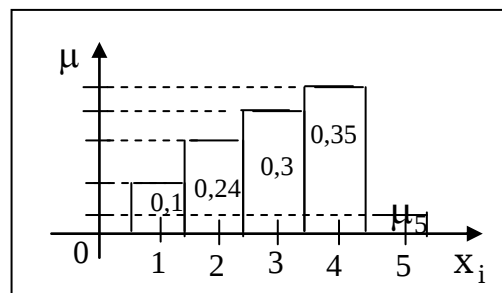
Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 90$, полигон частот которой имеет вид:

Найти частоту варианты $x_2 = 9$



Или

Выборка задана в виде гистограммы относительных частот. Найти относительную частоту μ_5 .



Или

После обработки статистических данных получена таблица

варианты	1	2	3	4	5	6
относительные частоты	0,43	0,27	0,19	0,03	0,02	0,06

Какую из гипотез о законе распределения можно выдвинуть?

Или

По таблице значений двух величин определите тип зависимости между ними:

X	5	5	12	19	28	42	43	45	51
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

		У	5	3	14	1	27	5	4	3	29
--	--	---	---	---	----	---	----	---	---	---	----

10. Интервал, который с заданной надежностью покрывает оцениваемый параметр называется...

Или

В итоге пяти измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 6, 9, 10, 12, 13. Найти выборочную среднюю результатов измерений.

Или

Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	2	5	7	10
n_i	1	3	2	4

Найти смещенную оценку генеральной дисперсии

Или

Вычислите исправленную дисперсию выборки, если известно, что $D_B=101$, объем выборки $n=101$

Составитель
И.о. зав. Каф. ИТМ

Сокова И.А.
Биккулов А.С.

Список теоретических вопросов для экзамена

«Числовые и функциональные ряды»

1. Числовые ряды. Сумма и сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда с положительными членами.
3. Достаточные признаки сходимости числового ряда с положительными членами: признаки сравнения.
4. Достаточные признаки сходимости числового ряда с положительными членами: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
5. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
6. Функциональные ряды, область сходимости.
7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости.
8. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
9. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена некоторых элементарных функций.
10. Применение рядов (приближенное вычисление значений функций; интегрирование функций и дифференциальных уравнений).
11. Тригонометрический ряд. Ряды Фурье.
12. Разложение периодической с периодом 2π функции в ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
13. Разложение периодической с произвольным периодом функции в ряд Фурье.
14. О разложении в ряд Фурье непериодической функции.

«Теория вероятностей»

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события и их виды. Алгебра событий.
2. Аксиоматическое определение вероятности события. Теорема сложения. Схема случаев. Классическое определение вероятности.
3. Применение формул комбинаторики к решению задач теории вероятностей.
4. Геометрическая вероятность.
5. Условная вероятность. Независимые события. Теоремы умножения вероятности.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Повторные испытания. Формула Бернулли.
8. Теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
9. Понятие случайной величины. Виды случайных величин.
10. Дискретные случайные величины: ряд распределения; функция распределения, числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты).

11. Основные законы распределения дискретной случайной величины: Бернулли, Пуассона, геометрический и гипергеометрический.
12. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства.
13. Числовые характеристики непрерывной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты).
14. Основные законы распределения непрерывной случайной величины, их свойства и числовые характеристики.
15. Равномерное распределение случайной величины.
16. Показательное распределение случайной величины.
17. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Правило трех сигм.
18. Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойство.
19. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины.
20. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
21. Ковариация и коэффициент корреляции. Линия регрессии.

«Математическая статистика»

1. Понятия генеральная совокупность и выборка.
2. Определение размаха выборки.
3. Определение вариационного ряда.
4. Определение частоты и относительной частоты элемента выборки.
5. Статистический ряд распределения.
6. Определение полигона частоты и относительных частот.
7. Определение гистограммы частот и относительных частот.
8. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
9. Понятие оценки неизвестного параметра распределения.
10. Понятия точечные и интервальные оценки.
11. Определение несмещенности, состоятельности и эффективности оценки.
12. Оценка генерального математического ожидания и ее свойства.
13. Оценка генеральной дисперсии, ее свойства.
14. Метод наибольшего правдоподобия.
15. Статистические гипотезы.
16. Критерий проверки статистической гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода.
17. Критическая область. Критерий значимости. Критерий согласия.
18. Критерий согласия Пирсона.
19. Понятия статистической и корреляционной зависимости.
20. Корреляционная зависимость между двумя случайными величинами. Линейная регрессия.
21. Эмпирическая линия регрессии.

22. Оценка коэффициента корреляции и его свойства.