

СТРУКТУРА БИЛЕТА ЭКЗАМЕНА

Номер задачи	Тема
1.	Векторы и действия над ними
2.	Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение.
3.	Кривые второго порядка, область определения функции нескольких переменных
4.	Уравнение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение.
5.	Непрерывность функции в точке, асимптоты. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые функции.
6.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной: производная сложной функции, логарифмическое дифференцирование, производная функции, заданной параметрически
7.	Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной к исследованию функции одной переменной. Уравнение касательной и нормали к кривой
8.	Правило Лопиталя для вычисления пределов
9.	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных: частные производные, частный дифференциал, полный дифференциал, производная сложной функции, производная неявной функции, градиент, производная по направлению
10.	Приложение дифференциального исчисления функции нескольких переменных: экстремум функции нескольких переменных, наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.

Уфимский государственный нефтяной технический университет
Кафедра «Информационные технологии и прикладная математика»

Экзаменационная работа
по дисциплине «Математика»
за I семестр 2024-2025 учебный год
ПРОБНИК

1.	Вычислить объем пирамиды $ABCD$, если известны координаты вершин $A(2,4,0), B(3,-2,4), C(3;4;1) D(2,3,5)$ Или Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}\{3;4;0\}, \vec{b}\{2,3,1\}$ Или Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_2$, разложенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, где $\vec{c}_1 = 5\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 4\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} = \{2;-1;5\} \vec{b} = \{7;1;-3\}$.?
2.	Составить уравнение прямой проходящей через две точки $A(2,-3), B(1,-4)$ Или Определить взаимное расположение прямых $2x + y - 5 = 0$ и $3x - 2y + 5 = 0$ Или Составить уравнение перпендикуляра ВН, проведенной к медиане АМ проходящей треугольника АВС, заданного координатами $A(2,-3), B(1,-4), C(-3;6)$
3.	Построить кривую второго порядка $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 13 = 0$ Или Найти область определения функции и изобразить ее в координатной плоскости $z = \ln\left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1\right)$;
4.	Привести к каноническому виду прямую, заданную пересечением плоскостей $x - 2y + 2z - 8 = 0$ и $2x + y - z + 2 = 0$ Или При каком значении параметра А прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$ параллельна плоскости $Ax - y + 3z + 5 = 0$. Или Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{-1}$ Или Найти угол между прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $x - y + z + 5 = 0$. Или Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(4,2;1)$ перпендикулярно вектору $\{1;-4;5\}$
5.	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-5}\right)^{4x-3}$ Или Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x^2+2x}$

	Или Определить характер разрыва функции $y = e^{-1/x^2} + 1$ в точке $x=0$
6.	Найти производную функции $y = tg^2(2x + 1)$ Или Найти производную функции $y = (2x + 1)^{\sin x}$ Или Найти производную функции $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2} \\ y = \arcsin t \end{cases}$
7.	Составить уравнение касательной к кривой $\begin{cases} x = at \cdot \cos t, \\ y = at \cdot \sin t, \end{cases}$ в точке, соответствующей значению параметра $t_0 = \frac{\pi}{2}$; Или Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 e^{-x}$
8.	Вычислить предел функции по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} tg \frac{\pi x}{2} \cdot (x^2 - 1)$ Или Вычислить предел функции по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^6 2x}$;
9.	Найти производную функции $\frac{\partial z}{\partial x}$ заданной неявно $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$ Или Найти производную сложной функции $z = \ln(u^2 - e^{-v}), u = x^2, v = 1 + \frac{1}{x}$. Или Найти $gradu(A)$. $u = \frac{1}{4}x^2y - \sqrt{x^2 + 5z^2}, A(-2, \frac{1}{2}, 1)$,
10.	Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + 4y^2 + 8xy - 2x - 16y + 5$ Или Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x$ в замкнутой области, ограниченной линиями: $y = -x; x = -2; y = 0$.

Составитель
И.о. зав. Каф. ИТМ

Сокова И.А.
Биккулов А.С.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации.

I семестр

«Линейная и векторная алгебра»

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Определители. Свойства определителей, вычисление.
3. Алгебраические дополнения и миноры. Теорема разложения определителя по элементам некоторого столбца или строки.
4. Невырожденная матрица. Нахождение обратной матрицы.
5. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем по формулам Крамера.
6. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
7. Линейные комбинации векторов. Базис. Размерность линейного пространства.
8. Векторное произведение векторов и его свойства. Приложения.
9. Смешанное произведение векторов и его свойства. Приложения.

«Аналитическая геометрия»

1. Уравнение плоской линии. Уравнение прямой по точке и нормальному вектору, по точке и направляющему вектору, по двум точкам, по точке и угловому коэффициенту.
2. Угол между двумя прямыми на плоскости.
3. Общее уравнение прямой. Частные случаи этого уравнения. Прямая в отрезках.
4. Плоскость. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору, по трем точкам.
5. Общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках.
6. Угол между плоскостями.
7. Уравнение прямой в пространстве: векторное каноническое, параметрическое, как линия пересечения двух плоскостей.
8. Угол между двумя прямыми в пространстве.
9. Прямая и плоскость: точка пересечения прямой и плоскости.
10. Угол между прямой и плоскостью.
11. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.
12. Исследование общего уравнения линии второго порядка, не содержащего члена с произведением текущих координат.
13. Поверхности. Цилиндрическая, коническая и поверхности вращения. Метод сечений.

«Введение в математический анализ»

1. Функция одной действительной переменной. Сложная функция. Гиперболические функции.
2. Функции заданные неявно, параметрически.
3. Полярная система координат.
4. Предел функции. Односторонние пределы.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
6. Дробно-рациональная функция и ее предел.
7. Первый замечательный предел.
8. Второй замечательный предел.
9. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые функции.
10. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
11. Точки разрыва функции, их классификация.
12. Основные теоремы о непрерывных функциях.
13. Свойства непрерывных функций на отрезке.
14. Построение графиков разрывных функций.

«Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Производная функции в точке. Необходимое условие существования производной.
2. Производная сложной функции и гиперболических функций.
3. Производная функции заданной неявно.

4. Логарифмическое дифференцирование.
5. Дифференцирование обратной и параметрически заданной функции.
6. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
8. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
9. Сведение неопределенностей к неопределенностям дробного вида .
10. Экстремум функции. Достаточное условие экстремума функции с помощью второй производной
11. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
12. Асимптоты графика.
13. Общая схема исследования и построения графика функции.

«Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»

1. Понятие функции нескольких переменных. Область определения.
2. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность.
3. Частные производные первого порядка, высших порядков.
4. Полный дифференциал первого порядка функции нескольких переменных, инвариантность.
5. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
6. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных.
7. Дифференцирование функции нескольких переменных, заданных неявно.
8. Геометрические приложения: некоторые понятия топологии - линии и поверхности уровня; касательная плоскость, нормаль к поверхности; производная функции по заданному направлению, градиент функции.
9. Элементы функционального анализа: экстремум функции двух переменных, наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.
10. Условный экстремум функции нескольких переменных.
11. Метод наименьших квадратов для линейной и квадратичной зависимости.