

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Математики»

**Методические указания  
для самостоятельной работы по дисциплине «Математика»**

Уфа  
2017

Данные методические указания по дисциплине «Математика» предназначены для студентов всех форм обучения и специальностей, реализуемых в УГНТУ, обучающихся по программе среднего профессионального образования – программе подготовки специалистов среднего звена.

Составитель: Исламгулова Г.Ф., ст. преподаватель, каф. Математики

Рецензент: Сахарова Л.А., канд. техн. наук, доцент каф. Математики

**СОДЕРЖАНИЕ**

Введение.....	4
Элементы векторной алгебры.....	5
Элементы аналитической геометрии.....	7
Введение в математический анализ.....	13
Дифференцирование функции одной переменной.....	18
Элементы комбинаторики.....	21
Литература.....	24

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа представляет собой планируемую, организационно и методически направляемую преподавателем деятельность обучающихся по освоению дисциплины «Математика» и приобретению профессиональных навыков, осуществляемую за рамками аудиторной учебной работы. Самостоятельная внеаудиторная работа по математике проводится с целью:

- формирования общих и профессиональных компетенций
- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей, активности, самостоятельности, ответственности и организованности;
- развития исследовательских умений;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется обучающимся по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Перед выполнением самостоятельной работы обучающийся должен внимательно выслушать инструктаж преподавателя, который включает в себя определение задания, его содержание, объем, сроки выполнения, требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает обучающихся о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. Вариант работы назначает преподаватель дисциплины. Критериями оценки результатов самостоятельной работы обучающегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

## ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

### Задание №1

Даны два вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти скалярное произведение этих векторов

№	$\vec{a}$	$\vec{b}$	№	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	{2, -3, 4}	{3, -1, 1}	16	{2, -3, -5}	{3, -2, -2}
2	{1, -2, 1}	{-2, -1, 3}	17	{4, -2, 1}	{2, -3, -2}
3	{-5, 2, -4}	-{3, 4, -1}	18	{3, 4, -5}	{3, 2, -3}
4	{-1, -1, 1}	{-3, -2, -1}	19	{8, -9, -5}	{5, -6, -4}
5	{1, -3, 4}	{-2, -1, 1}	20	{-5, -6, 7}	{-3, -3, 6}
6	{1, -3, 1}	{2, -1, 1}	21	{-7, 8, -9}	{-6, 6, -8}
7	{3, -5, 2}	{1, -2, 3}	22	{6, -12, 3}	{7, -9, 2}
8	{1, -1, 5}	{2, -2, 3}	23	{-7, 3, -8}	{6, 4, -7}
9	{3, -5, 4}	{2, 3, 1}	24	{9, 3, -6}	{8, 3, -5}
10	{5, 3, 4}	{2, 3, 1}	25	{8, -2, 9}	{9, -3, 7}
11	{3, -1, 1}	{2, -2, -2}	26	{-7, 5, -6}	{-6, 4, -5}
12	{1, -3, -3}	{4, -2, -3}	27	{-9, 3, 5}	{-8, 7, 4}
13	{2, -6, -3}	{2, -1, -3}	28	{10, -8, -6}	{9, -8, -5}
14	{-3, 2, -5}	{1, -1, -4}	29	{12, -11, -4}	{9, -9, -3}
15	{1, 5, 1}	{-2, 3, 3}	30	{15, -14, 17}	{10, -12, 16}

### Задание №2

Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$

№	$\vec{a}$	$\vec{b}$	№	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	{1, 2, 4}	{-3, 4, 1}	16	{1, 2, 3}	{2, 1, 0}
2	{3, -4, 2}	{1, 2, 0}	17	{7, 3, -2}	{3, 2, 1}
3	{4, -2, 1}	{1, 2, 1}	18	{4, -5, 3}	{1, 0, 1}
4	{1, 3, -1}	{2, -1, 2}	19	{6, 4, 2}	{-1, 2, 1}
5	{2, -1, 3}	{2, 1, 1}	20	{1, 4, 3}	{-1, 2, -1}
6	{1, -2, 1}	{3, 1, 0}	21	{2, -3, 5}	{2, 3, -1}

7	$\{2, 3, -1\}$	$\{4, 1, 2\}$
8	$\{4, -1, 3\}$	$\{2, 1, 1\}$
9	$\{-1, 2, 3\}$	$\{-3, 2, 1\}$
10	$\{2, -3, 4\}$	$\{1, 0, 1\}$
11	$\{3, 4, -2\}$	$\{1, 2, -1\}$
12	$\{-1, 3, 0\}$	$\{4, 2, 1\}$
13	$\{1, -4, 2\}$	$\{0, 3, 2\}$
14	$\{2, -2, 1\}$	$\{1, 1, 1\}$
15	$\{-3, 3, 1\}$	$\{1, 2, 3\}$

22	$\{3, 4, -2\}$	$\{-1, 0, 2\}$
23	$\{6, -5, 3\}$	$\{2, 3, 1\}$
24	$\{1, 2, 7\}$	$\{3, -4, 1\}$
25	$\{3, -4, 1\}$	$\{1, 2, 0\}$
26	$\{4, 3, 5\}$	$\{-1, -2, 3\}$
27	$\{1, 7, -2\}$	$\{-3, 2, 1\}$
28	$\{4, 5, 1\}$	$\{-2, 0, 3\}$
29	$\{6, 3, -2\}$	$\{-1, 3, 1\}$
30	$\{5, -3, 4\}$	$\{2, 2, -3\}$

### Задание №3

При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  ортогональны?

№	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	$\{1, 2, n\}$	$\{3, 1, 2\}$
2	$\{3, 4, 1\}$	$\{n, -2, 3\}$
3	$\{1, 4, -5\}$	$\{2, n, 1\}$
4	$\{2, 3, -2\}$	$\{n, 2, 3\}$
5	$\{3, 2, 0\}$	$\{4, n, -3\}$
6	$\{-1, n, 3\}$	$\{2, 2, -3\}$
7	$\{n, -2, 1\}$	$\{2, 3, 4\}$
8	$\{3, n, -4\}$	$\{5, 2, 3\}$
9	$\{2, -3, n\}$	$\{4, 3, 1\}$
10	$\{1, 7, 2\}$	$\{n, -2, 3\}$
11	$\{2, 5, -3\}$	$\{3, n, 2\}$
12	$\{1, 2, -3\}$	$\{3, 2, n\}$
13	$\{3, 4, n\}$	$\{2, -3, 1\}$
14	$\{n, 2, 5\}$	$\{2, -3, 4\}$
15	$\{2, n, 4\}$	$\{-3, 2, 7\}$

№	$\vec{a}$	$\vec{b}$
16	$\{-7, 4, n\}$	$\{2, 3, 4\}$
17	$\{4, -5, 6\}$	$\{n, 3, -2\}$
18	$\{1, 2, -3\}$	$\{8, n, 6\}$
19	$\{4, 7, 2\}$	$\{1, -2, n\}$
20	$\{n, 4, -3\}$	$\{4, 3, 2\}$
21	$\{1, n, -8\}$	$\{3, 4, 1\}$
22	$\{7, 6, n\}$	$\{2, -3, 2\}$
23	$\{4, -3, 2\}$	$\{n, 3, 5\}$
24	$\{2, 2, -3\}$	$\{4, n, 5\}$
25	$\{7, 3, 4\}$	$\{-3, 5, n\}$
26	$\{n, 5, 7\}$	$\{-2, 3, 1\}$
27	$\{7, n, 4\}$	$\{-3, 2, 1\}$
28	$\{4, -5, n\}$	$\{7, 6, 4\}$
29	$\{1, 2, 8\}$	$\{n, 4, -2\}$
30	$\{3, 2, -6\}$	$\{-3, n, 4\}$

# ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

## РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

### Задание №1

Даны координаты вершин треугольника ABC. Требуется:

- 1) вычислить длину стороны  $[AB]$ ;
- 2) составить уравнение линии  $(AB)$ ;
- 3) составить уравнение высоты, проведенной из вершины C;
- 4) вычислить расстояние от вершины C до стороны  $[AB]$ ;
- 5) составить уравнение медианы, проведенной из вершины A;
- 6) вычислить угол A в радианах с точностью до двух знаков.

№	A	B	C	№	A	B	C
1	(-6; -4)	(-10; -1)	(6; 1)	16	(1; -2)	(9; 4)	(6; 10)
2	(12; 0)	(18; 8)	(0; 5)	17	(-1; 1)	(7; 7)	(4; 13)
3	(-2; -6)	(-6; -3)	(10; -1)	18	(1; -1)	9(-6; 5)	(6; 11)
4	(8; 2)	(14; 10)	(-4; 7)	19	(-1; -2)	(7; 4)	(4; 10)
5	(2; -4)	(-2; -1)	(14; 1)	20	(1; 2)	(9; 8)	(6; 14)
6	(2; -1)	(8; 7)	(-10; 4)	21	(12; -10)	(-6; 14)	(-12; -3)
7	(5; -3)	(1; 10)	(17; 2)	22	(5; -8)	(-13; 16)	(-19; -1)
8	(14; -6)	(20; 2)	(2; -1)	23	(18; -12)	(0; 12)	(-6; -5)
9	(3; 4)	(-1; 7)	(15; 9)	24	(27; 5)	(9; 29)	(3; 12)
10	(1; -2)	(7; 6)	(-11; 3)	25	(30; -7)	(12; 17)	(6; 0)
11	(-1; -1)	(7; 5)	(4; 11)	26	(15; 13)	(-3; 37)	(-9; 20)
12	(-2; 1)	(6; 7)	(3; 13)	27	(3; 11)	(-15; 35)	(-21; 18)
13	(2; -1)	(10; 5)	(7; 11)	28	(9; 20)	(-9; 44)	(-15; 27)
14	(1; 1)	(9; 7)	(6; 13)	29	(-3; -31)	(-21; -7)	(-27; -24)
15	(-1; 2)	(7; 8)	(4; 14)	30	(7; 19)	(-11; 4)	(-17; 26)

### Задание №2

1. Найти уравнение диагонали параллелограмма, не проходящей через точку пересечения его сторон  $x - y - 1 = 0$  и  $y - 1 = 0$ , если известно, что диагонали параллелограмма пересекаются в точке  $(-1; 0)$ .

2. Найти координаты точки, симметричной точке  $(2; -4)$  относительно прямой  $4x + 3y + 1 = 0$ .

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1; 2)$  так, что середина ее отрезка, заключенного между параллельными прямыми  $x + 2y + 1 = 0$  и  $x + 2y - 3 = 0$ , лежит на прямой  $x - y - 6 = 0$ .

4. Даны уравнения двух сторон треугольника:  $4x - 5y + 9 = 0$  и  $x + 4y - 3 = 0$ . Найти уравнение третьей стороны, если известно, что медиана этого треугольника пересекаются в точке  $(3; 1)$ .

5. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон:  $2x - y + 4 = 0$  и  $2x - y + 10 = 0$  и уравнение одной из его диагоналей  $x + y + 2 = 0$ .

6. Даны две вершины треугольника  $A(-4; 0)$  и  $B(4; 1)$  и точка пересечения его высот  $D(3; 5)$ . Составить уравнения сторон треугольника.

7. Даны уравнения высот треугольника  $ABC$ :  $3x + 2y + 6 = 0$  и  $x - y + 5 = 0$  и координаты одной из его вершин  $A(-5; 3)$ . Найти уравнения сторон треугольника.

8. Даны уравнения двух сторон треугольника:  $5x - 2y - 8 = 0$  и  $3x - 2y - 8 = 0$ . Составить уравнение третьей стороны, если известно, что ее середина совпадает с началом координат.

9. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин  $A(2; -3)$  и уравнения двух высот  $7x - 2y - 10 = 0$  и  $2x - 7y + 3 = 0$ .

10. Даны уравнения основания равнобедренного треугольника  $x + y - 4 = 0$  и боковой стороны  $x - 2y + 4 = 0$ . Точка  $A(-2; 3)$  лежит на второй боковой стороне. Найти уравнение второй боковой стороны.

11. Даны две противоположные вершины ромба  $A(3;4)$ ,  $C(1;-2)$  и уравнение одной из его сторон  $x - y + 1 = 0$ . Найти уравнения остальных сторон ромба.

12. Даны середины сторон треугольника  $M(2,1)$ ,  $N(5;3)$ ,  $P(3;-4)$ . Составить уравнения сторон этого треугольника.

13. Составить уравнения сторон треугольника, если известны одна из его вершин  $(1;3)$  и уравнения двух медиан:  $x - 2y + 1 = 0$  и  $y - 1 = 0$ .

14. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1;3)$ , так, что середина ее отрезка, заключенного между параллельными прямыми  $x + 2y + 5 = 0$  и  $x + 2y + 1 = 0$ , принадлежит прямой  $x - y - 5 = 0$ .

15. Составить уравнения сторон треугольника, зная вершину  $A(0;2)$  и уравнения высот  $BM: x + y = 4$  и  $CM: y = 2x$  ( $M$  – точка пересечения высот).

16. Стороны  $AB$  и  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  заданы уравнениями  $2x - y - 5 = 0$  и  $x - 2y + 4 = 0$ , диагонали его пересекаются в точке  $M(1;4)$ . Найти длины его высот.

17. Найти вершины прямоугольного равнобедренного треугольника, если дана вершина прямого угла  $C(3;-1)$  и уравнение гипотенузы  $3x - y + 2 = 0$ .

18. Две стороны параллелограмма заданы уравнениями  $y = x - 2$  и  $5y = x - 6$ . Диагонали его пересекаются в начале координат. Написать уравнения двух других сторон параллелограмма и его диагоналей.

19. Вычислить площадь ромба, зная одну из его вершин  $A(0;-1)$ , точку пересечения его диагоналей  $M(4;4)$  и точку  $P(2;0)$  на стороне  $AB$ .

20. Через точку пересечения прямых  $2x - 5y - 1 = 0$  и  $x + 4y - 7 = 0$  провести прямую, делящую отрезок между точками  $A(4;-3)$  и  $B(1;-2)$  в отношении  $2:3$ .

21. Определить, при каких значениях  $m$  и  $n$  прямая  $(2m - n + 5)x + (m - 3n - 2)y + 2m + 7n + 19 = 0$  параллельна оси  $OY$  и отсекают на оси  $OX$  отрезок, равный  $5$  (считая от начала координат). Написать уравнение этой прямой.

22. Определить, при каком значении  $a$  прямая  $(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$

- 1) параллельна оси абсцисс;
- 2) параллельна оси ординат;
- 3) проходит через начало координат.

В каждом случае записать уравнение прямой.

23. Две стороны квадрата лежат на прямых  $5x - 12y - 65 = 0$  и  $5x - 12y + 26 = 0$ . Вычислить его площадь.

24. Даны две смежные вершины квадрата  $A(2; 0)$  и  $B(-1; 4)$ . Составить уравнения его сторон и вычислить площадь.

25. Точка  $A(5; -1)$  является вершиной квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой  $4x - 3y - 7 = 0$ . Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны этого квадрата.

26. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $3x - 2y + 5 = 0$ ,  $4x + 3y - 1 = 0$  и отсекающей на оси ординат отрезок  $b = -3$ .

27. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x + 7y - 8 = 0$ ,  $3x + 2y + 5 = 0$  под углом  $45^\circ$  к прямой  $2x + 3y - 7 = 0$ .

28. В треугольнике  $ABC$  даны уравнения высот  $AN: x + 5y - 3 = 0$ ,  $BN: x + y - 1 = 0$ , стороны  $AB: x + 3y - 1 = 0$ . Составить уравнения двух других сторон и третьей высоты.

29. Даны вершины треугольника  $A(-4; 3)$ ,  $B(4; -1)$  и точка пересечения высот  $M(3; 3)$ . Найти третью вершину  $C$ .

30. Составить уравнения сторон и диагонали ромба, если известны уравнения двух его сторон  $x + 2y = 4$ ,  $x + 2y = 10$  и уравнение одной из его диагоналей  $y = x + 2$ .

**Задание №3**

Привести уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду и построить кривую.

1.  $2x^2 - 8x + y^2 - 6y + 1 = 0;$
2.  $x^2 + 4x + 4y^2 = 0;$
3.  $x^2 - 8x - 4y^2 = 0;$
4.  $y^2 - 6y - x^2 + 2x = 0;$
5.  $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0;$
6.  $5x^2 - 6y^2 + 10x - 12y - 31 = 0;$
7.  $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0;$
8.  $3x^2 - y^2 + 12x - 4y - 4 = 0;$
9.  $x^2 - 4y^2 + 2x + 16y - 7 = 0;$
10.  $x^2 - y^2 - 4x + 6y - 5 = 0;$
11.  $4x^2 + 9y^2 - 8x + 18y - 23 = 0;$
12.  $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0;$
13.  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 5 = 0;$
14.  $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 8 = 0;$
15.  $x^2 + 2y^2 + 8x - 4 = 0;$
16.  $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0;$
17.  $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0;$
18.  $9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y + 49 = 0;$
19.  $4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0;$
20.  $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0;$
21.  $x^2 + 10x - 4y + 33 = 0;$
22.  $y^2 - 6x + 2y - 11 = 0;$
23.  $x^2 - 4x + 5y + 14 = 0;$

24.  $2y^2 + x - 4y + 2 = 0;$

25.  $x^2 - 8x + 3y + 19 = 0;$

26.  $y^2 - 5x + 6y + 4 = 0;$

27.  $x^2 + 6y + 6x - 6 = 0;$

28.  $y^2 + 6x - 8y + 22 = 0;$

29.  $x^2 + 8x - 2y + 14 = 0;$

30.  $y^2 - 3x + 10y + 16 = 0.$

## ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

### ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Найти множество значений функций.

$$1) f(x) = x^2 - 8x + 20 \quad 2) f(x) = 2^{-x^2} \quad 3) f(x) = 2 \cos x - 7 \quad 4) f(x) = \frac{3}{x} + 4 \quad 5)$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x \quad 6) f(x) = \sqrt{5-x} + 2 \quad 7) f(x) = \sqrt{x^2 + 4} \quad 8) f(x) = \sin x \cdot \cos x \quad 9)$$

$$f(x) = e^{x^2 - 2x - 3} \quad 10) f(x) = \frac{x}{|x|}$$

2. Какие из следующих функций четные, какие нечетные, а какие – общего вида

$$1) f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad 2) f(x) = x^5 + 3x^3 - x \quad 3) f(x) = \sqrt{x} \quad 4) f(x) = \arcsin x \quad 5)$$

$$f(x) = \sin x + \cos x \quad 6) f(x) = |x| - 2 \quad 7) f(x) = \frac{3}{x^2 - 1} \quad 8) f(x) = x \cdot e^x \quad 9)$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \quad 10) z(y) = \ln y^3$$

3. Определить, является ли данная функция периодической, и найти ее наименьший положительный период, если он существует

$$1) f(x) = \cos \frac{x}{4} \quad 2) f(x) = |x| \quad 3) f(x) = \operatorname{tg}(2x - 1) \quad 4) f(x) = \sin \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x \quad 5)$$

$$f(x) = \sin 3x \cos 3x \quad 6) f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x \quad 7) f(x) = |\sin 2x| \quad 8) f(x) = 10 \quad 9)$$

$$y = \frac{\sin 5x}{\cos 4x - 2} \quad 10) y = \ln |x|$$

4. Какие из следующих функций имеют обратные? Для таких функций найти

обратные функции

$$1) y = 3x + 5 \quad 2) y = x^3 - 2 \quad 3) y = |x| \quad 4) y = \frac{x-2}{x} \quad 5)$$

$$y = \frac{x}{1-x} \quad 6) y = 2^{x-3}$$

5) Путем преобразования графиков построить графики 1)  $y = \operatorname{tg}\left(\left|x + \frac{\pi}{6}\right| - \frac{\pi}{2}\right)$  2)  $y = 2 \arccos|x - 1|$  3)  $y = \frac{3x + 1}{x}$  4)  $y = -\log_2(2x - 1)$  5)  $y = 2|\operatorname{arctg} x| + \pi$  6)  $y = \cos\left(\frac{6x - \pi}{12}\right)$  7)  $y = \sqrt{3 - 2x}$  8)  $y = |x - 4|^3 + 2$

## РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

### Задание №1

Вычислить указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя)

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 - 5x^2 - 1};$  | 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x^2 - 1}{3x^3 - 5x^2 + 2};$   | 21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2};$          |
| 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{5x^2 - x + 2};$       | 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x^3}{3x^2 - 8x^3};$           | 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x + 7}{3x^3 - 5x + 2};$     |
| 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 5x^2 - 2}{5x^4 - 2x^3 - 4x};$ | 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 4x}{-2x^4 + 5x^2 - 3};$ | 23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3};$         |
| 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$       | 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{5x^2 - x + 8};$         | 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 2x^2 - 3}{3x^5 + 6x + 5};$    |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{2x^3 + 3x^2 - 2};$    | 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 2}{8x^3 - 2x^2 + 1};$      | 25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x^2 - 2}{3x^2 + 4x + 1};$    |
| 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 7x^2 + 5x^3}{2 + 2x - x^3};$     | 16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 5x^2 - 3x^4}{3 - 7x^2 + 5x^4};$   | 26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 7x - 15};$    |
| 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + 5x^2 - 3x^5}{8 - 6x - x^5};$     | 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - 6x - x^5}{4 + x^2 + 3x^5};$       | 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x + 5};$   |
| 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{9x^4 + 3x + 5};$    | 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^4 + 3x + 5}{3x^4 - 2x + 8};$       | 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x + 2}{2x^4 + 3x^2 - 1};$    |
| 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - 2x + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4};$     | 19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x - 5x^3}{2 + 3x^2 + x^3};$       | 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x^3 + 8}{2x^5 - 3x^2 - 1};$ |
| 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 14x^2}{1 + 2x + 7x^2};$        | 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 8x^2}{1 + 2x + 7x^2};$           | 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{3x^2 - 5x + 12};$     |

**Задание №2**

Вычислить указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя)

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8x + 1}{2x^3 - 8x^2 + 5};$    | 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 14x^2}{1 + 2x^2 + 7x^3};$       | 21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 8x + 2};$           |
| 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 3}{3x^3 + x - 1};$        | 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 25}{x^3 + 8x + 15};$           | 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 8x + 1}{x^3 - x + 2};$            |
| 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 7x^3 - 4}{6x^5 - 3x^3 + 2};$  | 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x - 21}{2x^3 - 7x + 3};$      | 23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 + x^3}{1 + x^3 - x^4};$         |
| 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 - 5x^4}{2x + 3x^2 - 3x^5};$ | 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - 2x + 5x^3}{2 + 3x^3 + x^4};$     | 24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + x - x^2}{1 + x^2 - 3x^3};$           |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^3 - 2x^2 - 8};$      | 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{9x^5 + 3x^2 + 5x};$ | 25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^3 + 3}{2x^5 + 3x^4 + 1};$       |
| 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^3 + 5x^2 + 2x};$    | 16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + 5x^2 - 3x^3}{8 - 6x - x^4};$     | 26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x - 1}{x^4 - 3x^2 + 2};$         |
| 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^3 - 4x^2 + x};$     | 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - x^2 - 2};$      | 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^3 - 2x + 1};$           |
| 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^3 - 4x^2 + 1};$     | 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{2x^4 + 3x^3 - 2};$    | 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^3 - 3x^2 + 1};$         |
| 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 8};$             | 19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{2x^4 - 3x^3 + 1};$    | 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{6x^2 + 8x + 2};$                 |
| 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{2x^3 - 3x^2 + 3};$   | 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{3x^2 + 5x + 6};$             | 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 1}{x^5 - 2x^3 + 2}.$ |

**Задание №3**

Вычислить указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя)

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 + 7x^6 - 1}{x^6 + 4x^4 + 5};$ | 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x+2)^4 + 1}}{x+1};$           | 21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x + 1}{x^4 + 3x^2 + 2};$     |
| 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 2x}{x^4 + 5x^3 - 4};$      | 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x + 5}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}};$ | 22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} + x^2 \right);$ |

- 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8^x - 1}{4^x - 3}$ ;      13)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 1}{2x^2 + x}$ ;      23)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} + x^2 \right)$ ;
- 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 1}{2^x - 1}$ ;      14)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 + x^3}{2x^5 - 1}$ ;      24)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{\sqrt[3]{x^3 + x}}$ ;
- 5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - 1}{(x+1)^2 - 2}$ ;      15)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^4 - 2}{(x+1)^2 + 1}$ ;      25)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{\sqrt[3]{(x+2)^3}}$ ;
- 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 50x^2 + 2}{10x^2 + 15x^2}$ ;      16)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - x^4 + 3x^3 - 1}{10x^4 - 5x^3 + 3}$ ;      26)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x+1)^4}}{2x+3}$ ;
- 7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$ ;      17)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x+1)^4} + 3}{x+1}$ ;      27)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 3}{(x+1)^3}$ ;
- 8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 1}$ ;      18)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 3x^6 + 2}{2x^6 + 3x}$ ;      28)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - 8}{x^2 - 1}$ ;
- 9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$ ;      19)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8^x + 1}{5^x - 3}$ ;      29)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4}{x^2 + 1} - x \right)$ ;
- 10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 12}{3x - 9}$ ;      20)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 15}}$ ;      30)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^3} + x \right)$ .

#### Задание №4

Вычислить указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя)

- 1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$ ;      11)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$ ;      21)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 2x - 15}$ ;      12)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$ ;      22)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x - 2}$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$ ;      13)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{3x^2 + 4x + 1}$ ;      23)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2 - 8x + 3}{2x^2 - 7x + 3}$ ;
- 4)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10}$ ;      14)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{3x^2 + x - 2}$ ;      24)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$ ;
- 5)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{2x^2 - 13x + 20}$ ;      15)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 7x - 15}$ ;      25)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$ ;

$$\begin{array}{lll}
6) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 + 8x + 15}; & 16) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 9x + 4}{x^2 - x - 20}; & 26) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 1}; \\
7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}; & 17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4x + 3}; & 27) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{9x^3 + 9x^2 - x - 1}; \\
8) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{2x^2 + 13x + 20}; & 18) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}; & 28) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x(x^2 - 4)}; \\
9) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4x - 21}{2x^2 - 7x + 3}; & 19) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 2x - 8}; & 29) \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{2x^2 - 5x - 3}{4x^2 - 18x - 10}; \\
10) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 8x + 15}; & 20) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 5x + 6}; & 30) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{8 - x^3}.
\end{array}$$

### Задание №5

Построить график функции, применяя операции над графиками

$$\begin{array}{lll}
1) y = 1 - 2 \lg \frac{x}{2}; & 11) y = 1 - 3^{|x-3|}; & 21) y = 3 - \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right); \\
2) y = \frac{1}{2} \lg(x - 2); & 12) y = \frac{\pi}{3} - \arccos x; & 22) y = 2 \sin x + 2; \\
3) y = \log_2^2 |x - 1|; & 13) y = -2 \operatorname{arctg} x + 1; & 23) y = \operatorname{tg} 2x + 3; \\
4) y = -2 + \log_3(x + 5); & 14) y = \frac{1}{3} \arcsin(x + 1) & 24) y = \operatorname{ctg} \left( -x + \frac{\pi}{3} \right); \\
5) y = -\log_2 x + 1; & 15) y = 2 \arccos x + \frac{\pi}{2} & 25) y = \frac{4x}{x + 1}; \\
6) y = 2 - \lg |1 - x|; & 16) y = \operatorname{arctg} \frac{x - 1}{3}; & 26) y = -\frac{3}{6 - x}; \\
7) y = 2^{|x|} - 1; & 17) y = 2 \operatorname{arctg} \left( x + \frac{\pi}{2} \right) & 27) y = \frac{x + 2}{-x}; \\
8) y = -5^{2x} + 1; & 18) y = \arcsin |x|; & 28) y = \frac{x + 3}{1 - x}; \\
9) y = 1 + 2^{x-5}; & 19) y = -2 \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) & 29) y = \frac{x}{2 - x}; \\
10) y = 3 - 3^{|x|}; & 20) y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3} x + 1; & 30) y = \frac{x + 3}{3 - x}.
\end{array}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

### Задание №1

Составить уравнение касательной и нормали кривой в точке М  
с абсциссой  $x_0$

$$1). y = \frac{4x - x^2}{x}, \quad x_0 = 2;$$

$$2). y = x - x^3, \quad x_0 = 1;$$

$$3). y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1;$$

$$4). y = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4;$$

$$5). y = 2x^3 + 3x - 1, \quad x_0 = -2;$$

$$6). y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4;$$

$$7). y = \sqrt[3]{x^2}, \quad x_0 = -8;$$

$$8). y = 8 \cdot \sqrt[4]{x} - 70, \quad x_0 = 16;$$

$$9). y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = -2;$$

$$10). y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}, \quad x_0 = 3;$$

$$11). y = \sqrt{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 64;$$

$$12). y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}, \quad x_0 = 2;$$

$$13). y = 2x^2 - 3, \quad x_0 = 1;$$

$$14). y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1;$$

$$15). y = 2x - \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1;$$

$$16). y = -\frac{2(x^2 + 2)}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1;$$

$$17). y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1;$$

$$18). y = \frac{x^{16} + 9}{1 + 5x^2}, \quad x_0 = 1;$$

$$19). y = \frac{1}{3x + 2}, \quad x_0 = 2;$$

$$20). y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), \quad x_0 = 1;$$

$$21). y = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad x_0 = -2;$$

$$22). y = \frac{x^2 - 3x + 3}{3}, \quad x_0 = 3;$$

$$23). y = \frac{2x}{x^3 + 1}, \quad x_0 = 1;$$

$$24). y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), \quad x_0 = 1;$$

$$25). y = \frac{1 + 3x^2}{3 + x^2}, \quad x_0 = 1;$$

$$26). \quad y = 14\sqrt{x} - 15 \cdot \sqrt[3]{x} + 2, \quad x_0 = 1;$$

$$27). y = 3 \cdot \sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, \quad x_0 = 1;$$

$$28). y = \frac{3x - 2x^3}{3}, \quad x_0 = 1;$$

$$29). y = 8 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{16}{3} \cdot \sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 1;$$

$$30). y = \frac{x^2}{10} + 3, \quad x_0 = 2;$$

### Задание №2

Провести полное исследование функции и построить график

$$1). y = \frac{x^3}{2(x+1)^2};$$

$$16). y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2};$$

2).  $y = \frac{1}{6}(x^3 - 7x + 5);$

3).  $y = 2x - 1 - \frac{1}{x+1};$

4).  $y = \frac{x^2 + 1}{x};$

5).  $y = \frac{x}{3 - x^2};$

6).  $y = \frac{x^3 + x}{x^2 - 1};$

7).  $y = \frac{x^4}{x^3 - 1};$

8).  $y = x + \frac{1}{x^2};$

9).  $y = x + \frac{2x}{x^2 - 1};$

10).  $y = \frac{3x - 2}{5x^2};$

11).  $y = \frac{x^3 + 2x^2 + 7x - 3}{2x^2};$

12).  $y = \frac{x}{1 + x^2};$

13).  $y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2};$

14).  $y = \frac{x^5 - 8}{x^4};$

15).  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1};$

17).  $y = \frac{2x + 1}{x^2};$

18).  $y = \frac{x}{1 - x^2};$

19).  $y = \frac{2x^2 + x + 1}{2x^2 - x - 1};$

20).  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1};$

21).  $y = \frac{x}{(x - 1)^2};$

22).  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1};$

23).  $y = \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x - 2};$

24).  $y = \frac{1 + 2x}{(x + 1)^2};$

25).  $y = \frac{2x}{(x - 1)^2};$

26).  $y = \frac{3x}{x - 1} + 3x;$

27).  $y = \frac{2x^3}{x^2 - 4};$

28).  $y = \frac{1 - x}{x^2};$

29).  $y = -\frac{1}{5}(x^4 - 4x^3);$

30).  $y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3};$

## ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

### ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Решить комбинаторную задачу.**

1. В группе 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать старосту, заместителя старосты и профорга?
2. В группе 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать актив группы, состоящий из старосты, заместителя старосты и профорга?
3. Сколькими способами можно составить список из 10 человек?
4. Сколькими способами из 15 рабочих можно создать бригады по 5 человек в каждой?
5. Буквы азбуки Морзе образуются как последовательности точек и тире. Сколько букв можно составить, используя для кодировки каждой из букв: а) ровно 5 символов? б) не более пяти символов?
6. Кости для игры в домино метятся двумя цифрами. Кости симметричны, и поэтому порядок чисел не существен. Сколько различных костей можно образовать, используя числа 0,1,2,3,4,5,6?
7. Сколько различных звукосочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звукосочетание может содержать от трех до десяти различных звуков?
8. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы пять гвоздик одного цвета?
9. В некоторых странах номера трамвайных маршрутов обозначаются двумя цветными фонарями. Какое количество различных маршрутов можно обозначить, если использовать фонари восьми цветов?
10. Команда компьютера записывается в виде набора из восьми цифровых знаков – нулей и единиц. Каково максимальное количество различных команд?
11. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы 1 и 2 находились бы в соседних аудиториях?
12. Два почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами они могут распределить работу?
13. Замок открывается только в том случае, если набран определенный трехзначный номер. Попытка состоит в том, что набирают наугад три цифры из заданных пяти. Угадать номер удалось только на последней из всех возможных попыток. Сколько попыток предшествовало удачной?

14. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?

15. У одного студента есть 7 DVD дисков, а у другого – 9 дисков. Сколькими способами они могут обменять 3 диска одного на 3 диска другого?

16. На вершину горы ведут 7 дорог. Сколькими способами турист может два раза подняться на гору и спуститься с нее, если по одной и той же дороге нельзя проходить дважды?

17. У ювелира было 9 разных драгоценных камней: сапфир, рубин, топаз и т.д. Ювелир планировал изготовить браслет для часов, однако три камня было украдено. Насколько меньше вариантов браслета он может изготовить по сравнению с первоначальными планами?

18. В поезд метро на начальной станции вошли 10 пассажиров. Сколькими способами могут выйти все пассажиры на последующих 6 станциях?

19. За одним столом надо рассадить 5 мальчиков и 5 девочек так, чтобы не было двух рядом сидящих мальчиков и двух рядом сидящих девочек. Сколькими способами это можно сделать?

20. В классе 25 учеников. Верно ли утверждение, что, по крайней мере, у трех из них день рождения в один и тот же месяц?

21. На участке железной дороги расположено 25 станций с билетной кассой в каждой. Касса каждой станции продает билеты до любой другой станции, притом в обоих направлениях. Сколько различных вариантов билетов можно выдать на этом участке?

22. На официальном приеме 50 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий?

23. Сколько диагоналей у выпуклого двадцатиугольника?

### **Решить задачу, используя формулу классической вероятности**

1. В урне  $a$  белых,  $b$  черных шаров. Из урны вынимают наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар – белый.

2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков четная, причем на грани хотя бы одной из костей появится шестерка.

3. В ящике 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.

4. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.

5. Из тщательно перемешанного полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую наудачу извлеченную кость можно приставить к первой, если первая кость: а) оказалась дублем; б) не есть дубль.

6. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное число; б) случайно названное число, цифры которого различны.

7. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «ягуар». Ребенок не умеющий читать, рассыпал карточки с буквами и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получится слово «ягуар».

8. В условиях предыдущей задачи найти вероятность, если ребенок играл со словами: а) молоко; б) шалаш.

9. В замке на общей оси пять дисков. Каждый диск разделен на шесть секторов, на которых написаны различные буквы. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть.

10. В мастерскую для ремонта поступили 10 часов. Известно, что 6 штук из них нуждаются в общей чистке механизма. Мастер берет первые попавшиеся 5 часов. Определить вероятность того, что двое из этих часов нуждаются в общей чистке механизма.

11. Из партии, в которой 31 деталь без дефектов и 6 с дефектами, берут наудачу 3 детали. Чему равна вероятность в следующих случаях: а) все три детали без дефектов; б) по крайней мере, одна деталь без дефектов?

12. Восемь различных книг расставляются наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

13. Библиотечка состоит из десяти различных книг, причем пять книг стоят по 4 рубля каждая, три книги – по одному рублю и две книги – по 3 рубля. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят 5 рублей.

14. Найти вероятность выигрышных комбинаций в популярной спортивной лотерее «5 из 36».

15. Найти вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число делится на 8.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник и практикум для СПО / И.И. Баврин. – Люберцы: Юрайт, 2016. – 2-е изд., испр. и доп. – 327 с.
2. Беклемишева Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре /Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров ; под ред. Д. В. Беклемишева. – изд. 2-е, перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 494 с.
3. Будаев, В.Д. Математический анализ. Функции одной переменной: учебник / В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон. – СПб.: Лань, 2012. – 544 с.
4. Виленкин, Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
5. Горлач, Б.А. Математический анализ: учебное пособие / Б.А. Горлач. – СПб.: Лань, 2013. – 308 с.
6. Горлач, Б.А. Математический анализ / Б.А. Горлач. – СПб.: Лань, 2013. – 608 с.
7. Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учеб. пособие / В. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик. – изд. 3-е; стереотип. – СПб.: Лань, 2011. – 463 с.
8. Петрушко, И. М. Сборник задач по алгебре, геометрии и началам анализа :учебное пособие/И. М. Петрушко, В. И. Прохоренко, В. Ф. Сафонов. – изд. 2-е, испр. – СПб.: Лань, 2007. – 574 с.
9. Спирина, М. С. Дискретная математика: учебник для среднего профессионального образования/М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 4-е изд., испр. – М.: Академия, 2007. – 367 с.

### Дополнительная литература:

1. Бугров Я.С. Дифференциальное и интегральное исчисление/Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Наука, 1988.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа/Г.Н. Берман. – М.: Наука, 1985.