

Задача №1. Доказать, что для любого натурального n справедливо равенство:
 $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^3$.

Задача №2

Доказать, что для любого натурального n справедливо равенство:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Задача №3. Пусть $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{если } x \leq 2 \\ 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$

Построить графики функций

а) $y = f(f(x))$; б) $y = g(f(x))$

в) $y = f(g(x))$; г) $y = g(g(x))$

Задача №4. Вычислить $\int_0^{2\pi} \sin(\sin x + nx) dx$.

Задача №5.

Вычислить объем тела $(x^2 + y^2 + z^2) = a^2(x^2 + y^2 - z^2)$.

Задача №6. Если в гармоническом ряде

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

вычеркнуть все члены, знаменатели которых, записанные в десятичной системе, содержат цифру 9, то оставшаяся часть ряда будет сходящейся.

Задача №7. Сколькими способами можно рассечь выпуклый n -угольник на $n-2$ треугольника $n-3$ непересекающимися диагоналями? Многоугольник считается жестко закрепленным на плоскости.

Задача №8

Можно ли на шахматной доске расставить восемь ферзей так, чтобы ни один из них не находился под ударом какого-либо другого.

Задача №9.

Определить, Относительно какого центра симметричен график функции

$$y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}.$$

Задача №10. Определить, относительно какой вертикальной оси симметричен график функции $y = \sqrt{a+x} + \sqrt{b-x}, (0 < a < b)$.

Задача №11. Найти A^{100} , где $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача №12. Найти A^{50} , где $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.