

**Примерный образец билета контрольной работы  
по дисциплине «Математика».**

**Тема: «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.  
Элементы теории поля»**

1. Найти поверхность уровня скалярного поля  $U = x^2 + y^2 - 3z^2$ , проходящую через точку  $P(1; 2; 1)$
2. Найти дивергенцию векторного поля  $\vec{a} = 3xyz \vec{i} + 2y^2x \vec{j} - z^2y \vec{k}$
3. Изменить порядок интегрирования в интеграле  $\int_2^4 dy \int_y^4 f(x, y) dx$
4. Преобразовать к полярным координатам и вычислить двойной интеграл  $\iint_D 2(x^2 + y^2) dx dy$ , где  $D: \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2, \\ x^2 + y^2 \leq 9, \\ y \geq 0. \end{cases}$
5. Вычислить трехкратный интеграл  $\int_{-1}^2 dy \int_2^4 dx \int_0^{3-y} (x + 2) dz$
6. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z \geq 0$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $z = 5$ ,  $z = 5 - x - y$ .
7. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_{\ell} xy d\ell$  по кривой  $\ell: y = |x|$ ,  $x \in [-1; 1]$
8. Работа силы  $\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j}$  при перемещении материальной точки вдоль дуги кривой  $x = \frac{2}{y}$ ,  $y \in [1; e]$ , равна ...
9. Используя формулу Грина, найдите криволинейный интеграл  $\oint_L (x^2 + 2y) dx + (5x - 2y) dy$ , где  $L$  – контур четырехугольника ABCD с вершинами:  $A(-1; 0)$ ,  $B(0; 2)$ ,  $C(1; 0)$ ,  $D(0; -1)$ .
10. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = x^2 \vec{i} - 2xy \vec{j} + 2z \vec{k}$  через замкнутую поверхность  $S: \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2) \\ z = 3 \\ z \geq 0 \end{cases}$  по формуле Остроградского-Гаусса.

Составитель: доцент  
Зав. кафедрой Математики

Л.А. Сахарова  
Н.Ю. Фаткуллин